Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale	Teoria

Analisi Matematica II **Seconda prova in itinere** **3 Luglio 2014 Compito A**	**Docente:**	**Politecnico di Milano** **Ingegneria Biomedica**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Punteggi degli esercizi: Es.1: 3; Es.2: 7; Es.3: 7; Es.4: 6.

Domande di teoria.

1. (**3 pt.**) Si scriva la definizione di insieme x-semplice. Si scriva la formula di riduzione per l'integrali doppio di una funzione continua in un insieme x-semplice.

2. (**2+3 pt.**) Si enunci e si dimostri il teorema sulla struttura dell'integrale generale di un'equazione differenziale ordinaria del secondo ordine lineare non omogenenea (dimostrazione sul retro).

3. (**2 pt.**) Si enunnci un teorema sulla convergenza puntuale della una serie di Fourier relativa ad una funzione periodica di periodo 2π.

Istruzioni: ***Tutte le risposte devono essere motivate***. *Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.*

---

1. Si calcolino le coordinate del baricentro di una lamina che occupa la regione interna alla circonferenza $x^2 + y^2 = 2y$ ed esterna alla circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ e che ha densitá inversamente proporzionale alla distanza dall'origine. (Si suggerisce di fare un disegno della lamina)

2. (a) Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$2\ddot{y} + 9\dot{y} - 5y = 21e^{2x} - 5x - 1 \; .$$

(b) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2\ddot{y} + 9\dot{y} - 5y = 21e^{2x} - 5x - 1 \\ y(0) = 4 \\ \dot{y}(0) = -7 \end{cases}$$

3. (a) Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$\ddot{y} - k\dot{y} = 0 \; ,$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$.

(b) Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$\ddot{y} - k\dot{y} = e^{2t} \; ,$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$.

4. (a) Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$\dot{y} = (y-1)(2x+1)$$

(b) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} = (y-1)(2x+1) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(c) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} = (y-1)(2x+1) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 2π-periodica, pari e tale che

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \le x \le \pi/2 \\ 0 & \pi/2 \le x < \pi \end{cases}$$

(a) Si tracci un grafico qualitativo di f nell'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$.

(b) Si calcolino i coefficienti di Fourier di f (il calcolo degli integrali è facoltativo)

(c) In quali punti la serie di Fourier converge? A quale somma converge in questi punti?

Es. 1 7	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale	Teoria

Analisi Matematica II **Seconda prova in itinere** **3 Luglio 2014 Compito B**	**Docente:**	**Politecnico di Milano** **Ingegneria Biomedica**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Punteggi degli esercizi: Es.1: 7; Es.2: 7; Es.3: 6; Es.4: 3.

Domande di teoria.

1. (**2+3 pt.**) Si enunci e si dimostri il teorema sulla struttura dell'integrale generale di un'equazione differenziale ordinaria del secondo ordine lineare non omogenenea (dimostrazione sul retro).

2. (**3 pt.**) Si scriva la definizione di insieme y-semplice. Si scriva la formula di riduzione per l'integrali doppio di una funzione continua in un insieme y-semplice.

3. (**2 pt.**) Si enunnci un teorema sulla convergenza puntuale della una serie di Fourier relativa ad una funzione periodica di periodo 2π.

Istruzioni: ***Tutte le risposte devono essere motivate***. *Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.*

---

1. (a) Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$2\ddot{y} + 9\dot{y} - 5y = 21e^{2x} - 5x - 1 \ .$$

   (b) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2\ddot{y} + 9\dot{y} - 5y = 21e^{2x} - 5x - 1 \\ y(0) = 4 \\ \dot{y}(0) = -7 \end{cases}$$

2. (a) Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$\ddot{y} + k\dot{y} = 0 \ ,$$

   al variare di $k \in \mathbb{R}$.

   (b) Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$\ddot{y} + k\dot{y} = e^{-t} \ ,$$

   al variare di $k \in \mathbb{R}$.

3. Si calcolino le coordinate del baricentro di una lamina che occupa la regione interna alla circonferenza $x^2 + y^2 = 2$ ed esterna alla circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ e che ha densità inversamente proporzionale alla distanza dall'origine. (Si suggerisce di fare un disegno della lamina)

4. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 2π-periodica, dispari e tale che

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \le x \le \pi/2 \\ 0 & \pi/2 \le x < \pi \end{cases}$$

(a) Si tracci un grafico qualitativo di f nell'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$.

(b) Si calcolino i coefficienti di Fourier di f (il calcolo degli integrali è facoltativo)

(c) In quali punti la serie di Fourier converge? A quale somma converge in questi punti?

5. (a) Si trovi l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$\dot{y} = (y+1)(2x-1)$$

(b) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} = (y-1)(2x+1) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(c) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} = (y-1)(2x+1) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$